

**ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА**  
**о диссертации Ситника Сергея Михайловича**  
**«Применение операторов преобразования Бушмана – Эрдейи и их обобщений в теории дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах»**  
**на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01. 01. 02- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

Диссертация С. М. Ситника посвящена построению теории операторов преобразования Бушмана – Эрдейи и их обобщений. В диссертации эта теория изложена во всей ее полноте, начиная от источников ее появления, и вплоть до самых различных современных ее приложений в исследовании дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Актуальность темы диссертации подтверждается ее глубокой связью с задачами спектральной теории дифференциальных операторов с особенностями, теории обобщенных аналитических функций, в частности, специальных функций, а также наличием большого количества разнообразных приложений операторов преобразования в исследованиях задач математической физики. Многие из этих приложений составляют существенную часть диссертации С. М. Ситника. Актуальность этой тематики, ее глубокое математическое содержание и наличие важных приложений привлекали к ней внимание ряда известных специалистов в нашей стране и за рубежом. Отметим здесь лишь некоторые имена: А. Г. Баскаков, А. Д. Гаджиев, В. С. Гулиев, В. В. Катрахов, А. П. Килбас, И. А. Киприянов, Б. Я. Левин, Б. М. Левитан, Л. Н. Ляхов, М. М. Маламуд, В. А. Марченко, С. Г. Самко, Л. Д. Фаддеев, А. П. Хромов, Н. Begehr, J. Betancor, R. Carrol, I. Dimovski, J. Delsart, R. Gilbert, J. Lions и многие другие. Число публикаций по этой теме огромно. Приведенный в диссертации список публикаций охватывает около 360 важнейших работ, связанных с данной тематикой. Таким образом, развитая в диссертации теория операторных преобразований Бушмана - Эрдейи актуальна, она связана с изучением новых закономерностей спектральных разложений и с обоснованиями метода интегральных преобразований при решении ряда важных задач математической физики.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы, и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 307 стр.

Во введении дан обстоятельный исторический обзор развития теории операторов преобразований, содержащий обсуждение исходных идей этой теории, ее современных достижений и важных приложений. В нем убедительно обоснована цель исследования, его актуальность и представлены вынесенные на защиту научные положения. Это введение представляет самостоятельный интерес для всех, кто интересуется «живой историей» развития и становления данной теории.

В главе 1 приведены предварительные сведения об операторах преобразования, связанных с уравнениями Штурма – Лиувилля, в том числе, операторах Бесселя и преобразованиях Сонина, Пуассона, Бушмана – Эрдейи.

Глава 2 посвящена современным обобщениям операторов преобразований, изучаемых, в частности, воронежскими математиками школы И. А. Киприянова. Исследованы свойства операторов преобразований Бушмана – Эрдейи первого и второго рода, операторов Сонина – Катрахова, Пуассона – Катрахова и их приложения к решениям интегродифференциальных уравнений. Важную роль здесь играет эквивалентность функциональных пространств Киприянова и весовых пространств Соболева.

Глава 3 посвящена развитию композиционного метода построения сплетающих соотношений между решениями дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Результаты, связанные с созданием общего композиционного метода и его приложениями, приведенные в главе 3, можно отнести к наиболее значительным достижениям диссертационной работы С. М. Ситника.

Главы 4 и 5 посвящены приложениям развитой теории операторных преобразований к построениям интегральных представлений и к оценкам решений ряда дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Рассмотрены также приложения к интегродифференциальным уравнениям дробного порядка и к построению дробных степеней операторов.

К основным результатам диссертации С. М. Ситника относятся следующие.

1. Установлена связь интегральных операторов Бушмана-Эрдейи с теорией операторов преобразования для дифференциальных уравнений с операторами Бесселя. При этом получены оценки норм решений возмущённых дифференциальных уравнений с операторами Бесселя через невозмущённые.
2. Получены условия унитарности в пространствах Лебега операторов Бушмана-Эрдейи при целых значениях параметров, в явном виде получены обобщения этих операторов, которые являются унитарными при всех значениях параметров. Установлена связь операторов преобразования Бушмана-Эрдейи при целых параметрах с унитарными операторами типа Харди.
3. С использованием техники операторов преобразования и полученных оценок норм операторов Бушмана-Эрдейи установлена эквивалентность норм пространств Киприянова нормам в пространствах Соболева со степенным весом.
4. Введены новые классы операторов преобразования Бушмана-Эрдейи и рассмотрены их приложения к решению ряда задач для дифференциальных и интегродифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

5. Предложен новый общий композиционный метод построения различных классов операторов преобразования и получения на его основе формул соответствия между классами решений дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

6. Получены новые явные интегральные представления для различных модификаций дробных степеней дифференциального оператора Бесселя и их приложения к решению дифференциальных и интегродифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

7. Рассмотрены приложения теории операторов преобразования к получению оценок экспоненциального убывания решений уравнений с частными производными, выделены классы дифференциальных уравнений, для которых известная проблема Е.М.Ландиса имеет положительное решение.

Оценивая диссертацию С. М. Ситника в целом, отметим, что в ней решен ряд актуальных и принципиальных задач теории операторов преобразования для дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. В результате, построенная теория сформирована как самостоятельный важный раздел общей теории дифференциальных уравнений. В диссертации теория операторов преобразования изложена во всей ее полноте, начиная от исходных задач и источников ее появления, вплоть до основных современных ее результатов и приложений в исследовании дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Автор диссертации внес важный принципиальный вклад в ее современное развитие. Полученные результаты аккуратно доказаны, они представляют собой новые, достоверные факты данной теории. Стиль изложения материала ясный, четкий и в то же время достаточно живой и эмоциональный. В целом, диссертация С. М. Ситника представляет собой капитальный труд, который охватывает основные аспекты развиваемой теории. Считаю, что текст диссертации может служить основой для очень полезной монографии по теории операторов преобразования и их приложений. Известные книги по этой тематике, такие как трехтомный труд Бейтмена и Эрдейи, служат прекрасными справочниками, но не исчерпывают потребности в связном систематическом изложении современного состояния теории, ее истории, а также ее приложений.

Конечно, такой большой текст не свободен от некоторых погрешностей.

В качестве замечаний отметим следующие.

1. Раздел 1.4 обозначен в оглавлении, его заголовок приведен также на стр. 50, но кроме заголовка он не содержит никакого текста.

2. В формуле (1.8), видимо, допущена опечатка. Приведенное условие должно иметь вид

$$\inf_{\xi} |m_A(i\xi + 1/2)| > 0.$$

3. Выводы, связанные с формулой (1.12) обсуждаются в Теореме 1.21 задолго до появления самой этой формулы.

3. Имеются, как нам представляется, опечатки в формулах (1.2), (1.32), (1.33).

Эти замечания не снижают высокой оценки диссертации С. М. Ситника. Все они носят редакционный характер. По поводу первого из них можно отметить, что оценку диссертации определяют те материалы, которые в нее включены, а не те, которые остались «за кадром».

Диссертация С. М. Ситника является законченным, фундаментальным научным исследованием высокого уровня. Ее основные результаты своевременно опубликованы в 45 работах, 27 из них - в центральных математических изданиях, включенных в список ВАК. Из совместных статей в диссертацию вошли результаты, полученные лично ее автором.

Содержание диссертации автор неоднократно докладывал на многих (более 70) Российских и международных научных конференциях, на ряде ведущих научных семинаров. В течение ряда лет автор диссертации С. М. Ситник является одним из известных, ведущих специалистов в этой тематике.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

На основании изложенного считаю, что диссертация С. М. Ситника удовлетворяет всем требованиям Положения ВАК к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, а ее автор, Ситник Сергей Михайлович, несомненно, заслуживает присуждения ему искомой степени.

Доктор физико-математических наук, профессор ГОЛЬДМАН М. Л.,  
специальность 01.01.01.

*14.11.2016г.*

Профессор кафедры нелинейного анализа и оптимизации Российского университета дружбы народов, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д.6.  
Телефон 89163465985. E-mail: seulydia@yandex.ru

Личную подпись проф. Гольдмана М. Л. удостоверяю  
Ученый секретарь Ученого Совета РУДН профессор САВЧИН В. М.

